

תוכן העניינים:

| | |
|----|--|
| 2 | אלגברה |
| 2 | סדרה חשבונית |
| 2 | נוסחת האיבר הכללי : |
| 2 | סיכום כללי : |
| 3 | שאלות : |
| 4 | תשובות סופיות : |
| 5 | מציאת האיבר הראשון והפרש הסדרה : |
| 5 | סיכום כללי : |
| 5 | שאלות : |
| 5 | תשובות סופיות : |
| 6 | חיבור משוואות מתאימות לפי תיאור מילולי : |
| 6 | סיכום כללי : |
| 6 | שאלות : |
| 7 | תשובות סופיות : |
| 8 | שאלות מילוליות יסודיות – נוסחת האיבר הכללי : |
| 8 | סיכום כללי : |
| 8 | שאלות : |
| 9 | תשובות סופיות : |
| 10 | סכום האיברים בסדרה חשבונית : |
| 10 | סיכום כללי : |
| 11 | שאלות : |
| 12 | תשובות סופיות : |
| 13 | סכום איברים שונים בסדרה : |
| 13 | סיכום כללי : |
| 13 | שאלות : |
| 13 | תשובות סופיות : |
| 14 | מציאת מספר איברי הסדרה על פי סכום : |
| 14 | סיכום כללי : |
| 14 | שאלות : |
| 15 | תשובות סופיות : |

אלגברה

סדרה חשבונית

נוסחת האיבר הכללי:

סיכום כללי:

סדרה:

קבוצה סדורה של עצמים הנקראים איברי הסדרה.
 כל איבר נקבע בצורה יחידה על פי מיקומו בסדרה.
 למשל שמות העובדים בחברה מסוימת לפי סדר א"ב מהווה סדרה:
 { אברהם, גל, ואדים, טטיאנה, כלנית, מור, מיטל, רונן, רחל, שי, שיר, תומר }.
אברהם הוא העובד שמיקומו בסדרה הוא ראשון.
גל הוא העובד שמיקומו בסדרה הוא שני. וכו'....

סדרת מספרים:

קבוצת מספרים הנקראים 'איברים'.
 בקבוצה זו כל איבר נקבע בצורה יחידה על פי מיקומו בסדרה, למשל: 2, 14, -5, 16.
 לכל איבר בסדרה יש מיקום המסומן באות n , וערכו מסומן ב- a_n .
 כך למשל, בסדרה הנ"ל האיבר הראשון הוא 2 ולכן: $a_1 = 2$.
 באותו אופן, האיבר השני הוא 14 ולכן: $a_2 = 14$ ובדומה: $a_3 = -5$ ו- $a_4 = 16$.

סדרה חשבונית:

קבוצת איברים שבה ההפרש בין שני איברים עוקבים הוא קבוע.
 ההפרש עצמו נקרא "הפרש הסדרה" ומסומן באות d (מלשון: difference).

נוסחת האיבר הכללי של סדרה חשבונית:

בסדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא a_1 והפרש הסדרה הוא d , האיבר העומד
 במקום ה- n , יסומן ב- a_n ויחושב לפי: $a_n = a_1 + d(n-1)$.

שאלות:

- (1) לפניך סדרות חשבוניות. כתוב מהו a_1 ומהו d בכל אחת מהן.
- א. $1, 3, 5, \dots$
 ב. $-1, 4, 9, 14, \dots$
 ג. $6, 2, -2, -6, \dots$
 ד. $80, 75, 70, 65, \dots$
 ה. $4\frac{1}{3}, 7\frac{1}{3}, 10\frac{1}{3}, \dots$
 ו. $-\frac{2}{5}, -\frac{8}{5}, -\frac{14}{5}, \dots$

(2) ענה על השאלות הבאות:

- א. נתונה הסדרה החשבונית הבאה: $7, 7.5, 8, \dots$. מצא את: a_9 .
 ב. נתונה הסדרה החשבונית הבאה: $12, 10.5, 9, \dots$. מצא את: a_{15} .
 ג. נתונה הסדרה החשבונית הבאה: $4, -1, -6, \dots$. מצא את: a_{24} .
 ד. נתונה הסדרה החשבונית הבאה: $-10, -6, -2, \dots$. מצא את: a_{32} .

(3) ענה על השאלות הבאות:

- א. האיבר הרביעי בסדרה חשבונית הוא 7 והפרש הסדרה הוא 2. מהו האיבר הראשון בסדרה?
 ב. האיבר ה-11 בסדרה חשבונית הוא 12 והפרש הסדרה הוא -6. מה הוא האיבר הראשון בסדרה?
 ג. האיבר ה-19 בסדרה חשבונית הוא -67 והפרש הסדרה הוא -4. מה הוא האיבר הראשון בסדרה?

(4) האיבר החמישי בסדרה חשבונית הוא 25 והפרש הסדרה הוא 6.

- א. מהו האיבר הראשון?
 ב. מהו האיבר השמיני? (חשב בצורה ישירה ובאמצעות הנוסחה והשווה).

(5) בסדרה חשבונית האיבר הרביעי הוא 12 והפרש הסדרה הוא 5.

מצא את האיבר ה-17 בסדרה.

(6) מצא את ערך האיבר a_n בסדרות החשבוניות הבאות:

- א. $a_1 = 4, d = 9, n = 17$
 ב. $a_1 = -35, d = -2, n = 15$
 ג. $a_1 = 68, d = -7, n = 20$
 ד. $a_1 = 5.5, d = 4\frac{1}{3}, n = 28$

7) ענה על השאלות הבאות:

- א. האיבר הראשון בסדרה חשבונית הוא 5 והאיבר ה-13 הוא 77.
מצא את הפרש הסדרה.
- ב. האיבר הראשון בסדרה חשבונית הוא 3 והאיבר ה-27 הוא 107.
מצא את הפרש הסדרה.
- ג. האיבר הראשון בסדרה חשבונית הוא -10 והאיבר ה-20 הוא -48.
מצא את הפרש הסדרה.

8) מצא כמה איברים יש בכל אחת מהסדרות החשבוניות הבאות:

- א. $3, 6, 9, \dots, 36$.
ב. $-6, -1, 4, \dots, 39$.
- ג. $-60, -51, \dots, 129$.
ד. $-120, 105, \dots, -180$.

9) מצא את מספר איברי הסדרה בסדרות החשבוניות הבאות:

- א. $a_1 = -1, d = -3, a_n = -79$.
ב. $a_1 = 4, d = 9, a_n = 103$.
- ג. $a_1 = -6, d = 10, a_n = 274$.
ד. $a_1 = -5, d = 9, a_n = 202$.

תשובות סופיות:

- 1) א. $a_1 = 1, d = 2$. ב. $a_1 = -1, d = 5$. ג. $a_1 = 6, d = -4$.
- 2) א. $a_9 = 11$. ב. $a_{15} = -9$. ג. $a_{24} = -111$. ד. $a_{32} = 114$.
- 3) א. $a_1 = 1$. ב. $a_1 = 72$. ג. $a_1 = 5$.
- 4) א. $a_1 = 1$. ב. $a_8 = 29$.
- 5) $a_{17} = 77$.
- 6) א. $a_n = 148$. ב. $a_n = -63$. ג. $a_n = -65$. ד. $a_n = 122.5$.
- 7) א. $d = 6$. ב. $d = 4$. ג. $d = -2$.
- 8) א. 12. ב. 10. ג. 22. ד. 21.
- 9) א. 27. ב. 12. ג. 29. ד. 24.

מציאת האיבר הראשון והפרש הסדרה:

סיכום כללי:

ניתן לבטא איבר כלשהו בסדרה חשבונית בידיעת מיקומו ע"י האיבר הראשון והפרש הסדרה בלבד, למשל: $a_5 = a_1 + 4d$ או: $a_{20} = a_1 + 19d$.

לפי עיקרון זה, ניתן לחבר מערכת של שתי משוואות כדי למצוא את a_1 ואת d .

שאלות:

(1) בסדרה חשבונית האיבר העשירי הוא 73 והאיבר ה-16 הוא 103.
מצא את a_1 ואת d .

(2) בסדרה חשבונית נתון: $\begin{cases} a_9 = 42 \\ a_{13} = 62 \end{cases}$. מצא את a_1 ואת d .

(3) בסדרה חשבונית נתון: $\begin{cases} a_{16} = 132 \\ a_{10} = 78 \end{cases}$. מצא את a_1 ואת d .

(4) בסדרה חשבונית נתון: $a_{18} = 51, a_{11} = 30$.
חשב את האיבר החמישי בסדרה.

תשובות סופיות:

(1) $a_1 = 28, d = 5$

(2) $a_1 = 2, d = 5$

(3) $a_1 = -3, d = 9$

(4) $a_5 = 12, (a_1 = 0, d = 3)$

חיבור משוואות מתאימות לפי תיאור מילולי:

סיכום כללי:

| תיבה משוואה מתאימה | תיאור מילולי כללי |
|--------------------|--------------------------------|
| $a = b + 5$ | a גדול ב-5 מ- b |
| $a = 3b$ | a גדול פי 3 מ- b |
| $a + b = 20$ | סכום האיברים a ו- b הוא 20 |
| $a - b = 6$ | ההפרש בין a ל- b הוא 6 |

שאלות:

- (1) בסדרה חשבונית האיבר הרביעי גדול ב-6 מהאיבר השני, והאיבר ה-11 הוא 33. מצא את האיבר הראשון והפרש הסדרה.
- (2) בסדרה חשבונית האיבר השביעי גדול פי 5 מהאיבר השני והאיבר השישי הוא 21. מצא את האיבר הראשון והפרש הסדרה.
- (3) בסדרה חשבונית נתון: $a_8 = 19$. האיבר השנים-עשר גדול פי שלושה מהאיבר השלישי.
א. מהו הפרש הסדרה?
ב. מצא את ערכם של האיבר השלישי והאיבר השנים-עשר בסדרה.
- (4) בסדרה חשבונית האיבר השמיני גדול ב-6 מהאיבר החמישי. האיבר האחד עשר גדול פי 3 מהאיבר הראשון. מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה.
- (5) בסדרה חשבונית סכום האיברים החמישי והשמיני הוא 12 והאיבר השלישי הוא 13. מצא את a_1 ואת d .
- (6) בסדרה חשבונית סכום שלושת האיברים הראשונים הוא 33 והאיבר התשיעי הוא 39. מצא את a_1 ואת d .
- (7) בסדרה חשבונית נתון:
$$\begin{cases} a_3 + a_7 = 32 \\ a_6 + a_9 = 47 \end{cases}$$
 מצא את a_1 ואת d .

- (8) בסדרה חשבונית סכום האיברים החמישי והשמיני הוא עשרים ואחד. ההפרש בין האיבר התשיעי לאיבר השני הוא 35. חשב את האיבר התשיעי בסדרה.

תשובות סופיות:

- (1) $a_1 = 3, d = 3$
- (2) $a_1 = 1, d = 4$
- (3) א. $d = 2$ ב. $a_3 = 9, a_{12} = 27$
- (4) $a_1 = 10, d = 2$
- (5) $a_1 = 17, d = -2$
- (6) $a_1 = 7, d = 4$
- (7) $a_1 = 4, d = 3$
- (8) $a_1 = -17, d = 5$

שאלות מילוליות יסודיות – נוסחת האיבר הכללי:

סיכום כללי:

בשאלות שבהן תיאורי מילולי נפעל לפי השלבים הבאים:

1. קריאה ראשונה של השאלה.
2. חלוקה למשפטים וסימון הנתונים מכל משפט.
3. הגדרת משתנים (מה תפקיד האיבר הראשון ומה תפקיד ההפרש).
4. חיבור משוואה/ות מתאימות.
5. פתרון המשוואות וכתובת תשובה מילולית מתאימה.

שאלות:

שאלות עם מספרים:

- (1) בין המספרים 9 ל-65 יש להכניס 7 מספרים, כך שכל תשעת המספרים יהוו סדרה חשבונית. מצא את המספרים.
- (2) נתונה סדרה חשבונית שאיבריה: $112, 117, 122, 127, 132, \dots$. מצא בסדרה זו שלושה איברים עוקבים שסכומם 51. מצא גם את מיקומם בסדרה.
- (3) כמה מספרים בין 100 ל-200 מתחלקים ב-6 בלי שארית?
- (4) נתונים כל המספרים התלת ספרתיים: $100, 101, 102, \dots, 999$.
 א. כמה מספרים תלת-ספרתיים קיימים?
 ב. כמה מספרים תלת-ספרתיים מתחלקים ב-4 ללא שארית?
 ג. כמה מספרים תלת-ספרתיים אינם מתחלקים ב-4?
- (5) המספר התלת-ספרתי הקטן ביותר המתחלק ב-3 ללא שארית הוא 102. המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר המתחלק ב-3 ללא שארית הוא 999. כמה מספרים תלת-ספרתיים מתחלקים ב-3 ללא שארית?

שאלות מילוליות שונות:

- (6) באמפיתיאטרון 20 שורות. מספר המושבים בשורה הראשונה הוא 120. מספר המושבים בכל שורה גדול יותר מאשר בשורה הקודמת בגודל קבוע. מספר המושבים בשורה ה-8 הוא 155. מצא כמה מושבים בשורה האחרונה.
- (7) תלמיד פתר תרגילים בחשבון. מספר התרגילים שפתר בכל יום היוו סדרה חשבונית. במשך שלושת הימים הראשונים פתר 54 תרגילים. ביום השישי פתר מחצית מהתרגילים שפתר ביום הראשון.
א. כמה תרגילים פתר ביום הראשון?
ב. כמה ימים עבד אם ביום האחרון פתר רק 6 תרגילים?
- (8) בתחרות שחמט חולקו פרסים. כל פרס היה קטן מקודמו במספר קבוע. הפרס הראשון היה גדול פי 2 מהפרס ה-11, והפרס השלישי היה גדול ב-700 ₪ מסכום הפרסים ה-15 וה-16. הפרס האחרון בתחרות היה 200 ₪. מצא כמה פרסים חולקו בתחרות.

תשובות סופיות:

- (1) 9 , 16 , 23 , 30 , 37 , 44 , 51 , 58 , 65
- (2) $a_{23} = 22$, $a_{24} = 17$, $a_{25} = 12$
- (3) 17 מספרים.
- (4) א. 900 מספרים. ב. 225 מספרים. ג. 675 מספרים.
- (5) 300 מספרים.
- (6) 215 מושבים.
- (7) א. 20 תרגילים. ב. 8 ימים.
- (8) 19 פרסים.

סכום האיברים בסדרה חשבונית:

סיכום כללי:

הגדרה:

נתונה סדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ שבה n איברים והפרשה הוא d .
סכום n האיברים הראשונים בסדרה יסומן ב- S_n ויחושב לפי הנוסחה:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + d(n-1)]$$

דוגמא:

נתונה הסדרה החשבונית: $8, 13, 18, \dots, 63$, ויש לחשב את סכומה.
ניתן לראות כי האיבר הראשון הוא $a_1 = 8$ וכי הפרש הסדרה הוא $d = 5$.
נמצא כמה איברים בסדרה: $a_1 + d(n-1) = 63 \rightarrow a_n = 63$ ולכן נקבל: $n = 12$.

נציב בנוסחה ונקבל: $S_{12} = \frac{12}{2} [2 \cdot 8 + 5(12-1)] = 624$.

הערות:

- (1) הנוסחה מקשרת בין האיבר הראשון a_1 , הפרש הסדרה d , מספר האיברים שיש לסכום n וסכום הסדרה עצמו S_n . בהתאם לכך ניתן לבקש למצוא את כל אחד מהגדלים הנ"ל כאשר האחרים נתונים.
- (2) אם האיבר הראשון a_1 והאיבר האחרון a_n בסדרה ידועים, אז ניתן לחשב את

סכום האיברים לפי הנוסחה הבאה: $S_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_n]$.

שאלות:

- (1) נתונה סדרה חשבונית ובה $a_1 = 2$ ו- $d = 3$.
 א. חשב את סכום חמשת האיברים הראשונים באופן ידני.
 ב. היעזר בנוסחת הסכום וחשב את סכום חמשת האיברים הראשונים.
- (2) נתונות הסדרות החשבוניות הבאות.
 בכל סדרה חשב את סכום האיברים הנדרש.
 א. $5, 7, 9, \dots$ מצא את S_8 .
 ב. $3, 7, 11, \dots$ מצא את S_{15} .
 ג. $8, 2, -4, \dots$ מצא את S_{25} .
 ד. $10, 3, -4, \dots$ מצא את S_{16} .
- (3) בכל אחת מהסדרות החשבוניות הבאות נתון הפרשה וסכום כל איבריה.
 מצא את האיבר הראשון.
 א. $S_{10} = 210, d = 4$.
 ב. $S_{24} = 768, d = 2$.
 ג. $S_{22} = -539, d = -3$.
 ד. $S_{53} = -1484, d = -1$.
- (4) בכל אחת מהסדרות החשבוניות הבאות נתון האיבר הראשון וסכום כל איבריה.
 מצא את הפרש הסדרה.
 א. $S_{18} = 981, a_1 = 12$.
 ב. $S_{30} = 1080, a_1 = 7$.
 ג. $S_{25} = 2100, a_1 = -12$.
 ד. $S_{13} = 624, a_1 = 9$.
- (5) בסדרה חשבונית שבה 10 איברים הפרש הסדרה הוא 6 וסכום כל איברי הסדרה הוא 300. חשב את האיבר הראשון בסדרה.
- (6) נתונה סדרה חשבונית בת 7 איברים. האיבר הראשון הוא 3 וסכום כל איבריה הוא 105. חשב את הפרש הסדרה.
- (7) בסדרה חשבונית ידוע כי האיבר הראשון הוא 2 וכי האיבר השביעי הוא 38. מצא את סכום 15 האיברים הראשונים בסדרה.
- (8) בסדרה חשבונית האיבר החמישי גדול פי 2 מהאיבר השלישי. סכום עשרת האיברים הראשונים הוא 90. חשב את האיבר השביעי בסדרה.

- 9) המשכורת החודשית ההתחלתית של עובד במפעל היא 3600 ₪. בכל חודש עולה משכורתו ב-100 ₪.
 א. מה תהיה משכורתו בחודש התשיעי לעבודתו?
 ב. כמה השתכר העובד במשך 9 חודשים?
- 10) מיטל רצה ביום הראשון 3 ק"מ ובכל יום רצה 1 ק"מ יותר מאשר ביום הקודם.
 א. כמה ק"מ רצה מיטל ביום השמיני?
 ב. כמה ק"מ רצה מיטל בשמונת הימים הראשונים בסה"כ?
- 11) באמפיתיאטרון של מתנ"ס שכונתי ישנן 12 שורות. בשורה הראשונה יש 7 כיסאות ובכל שורה יש 3 כיסאות יותר מאשר בשורה שלפניה. כמה כיסאות יש בכל השורות יחדיו?

תשובות סופיות:

- | | | |
|----------|-------------|--------------------|
| | ב. 40. | (1) א. 40 |
| ד. -680. | ג. -2370. | (2) א. 96 |
| ד. -2. | ג. 7. | (3) א. 3 |
| ד. 6.5. | ג. 8. | (4) א. 5 |
| | | (5) $a_1 = 3$ |
| | | (6) $d = 4$ |
| | | (7) $S_{15} = 660$ |
| | | (8) $a_7 = 12$ |
| | ב. 36000 ₪. | (9) א. 4400 ₪ |
| | ב. 52 ק"מ. | (10) א. 10 ק"מ. |
| | | (11) 282 כיסאות. |

סכום איברים שונים בסדרה:

סיכום כללי:

- כדי לחשב את סכום כל האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים של סדרה חשבונית, יש לקחת מחצית מכמות האיברים ולהציב $2d$ במקום d בנוסחת הסכום.
- כדי לחשב את סכום כל האיברים העומדים במקומות הזוגיים של סדרה חשבונית, יש לקחת מחצית מכמות האיברים, להציב את ערכו של a_2 במקום a_1 , ולהציב $2d$ במקום d בנוסחת הסכום.
- כדי לחשב סכום של מספר איברים אחרונים בסדרה, יש להציב במקום האיבר a_1 בנוסחת הסכום את ערכו של האיבר שמתחיל את הסכום, וכן להציב ב- n את מספר האיברים שיש לחשב.

שאלות:

(1) נתונה סדרה חשבונית שבה $a_1 = 1$ ו- $d = 4$.

א. רשום לפי סדר את 10 האיברים הראשונים בסדרה:

- ב. בסדרה זו מוחקים את האיברים השני, הרביעי, השישי, השמיני והעשירי. כלומר, מוחקים כל איבר הנמצא במקום זוגי בסדרה. חשב את סכום האיברים שנותרו בסדרה באמצעות חישוב ישיר ובאמצעות נוסחת הסכום.
- ג. חשב את סכום 50 האיברים שלא נמחקו.
- ד. חשב את סכום 50 האיברים שנמחקו.

(2) בסדרה חשבונית 30 איברים. האיבר הראשון הוא 4 והפרש הסדרה הוא 3.

- א. מצא את האיבר ה-26 בסדרה.
- ב. מצא את האיבר האחרון בסדרה.
- ג. חשב את סכום 5 האיברים האחרונים בסדרה.

תשובות סופיות:

- (1) א. 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49, 53, 57, 61, 65, 69, 73, 77, 81, 85, 89, 93, 97, 101, 105. ד. 10050.
- (2) א. 79. ב. 91. ג. 425.

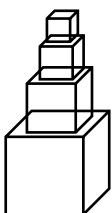
מציאת מספר איברי הסדרה על פי סכום:

סיכום כללי:

כאשר יש למצוא את n מנוסחת הסכום, תתקבל משוואה ריבועית עבורו. במקרים אלו נפתור אותה ע"י שימוש בנוסחת השורשים ונפסול פתרונות שליליים או שאינם שלמים.

שאלות:

- (1) נתונה סדרה חשבונית שבה $a_1 = 10$ ו- $d = -2$. כמה איברים יש לחבר כדי לקבל את הסכום 30?
א. צייר את איברי הסדרה ומצא את כל הפתרונות האפשריים.
ב. אמת את תוצאתך ע"י שימוש בנוסחת הסכום.
- (2) נתונה הסדרה: $\dots, -5, 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35$. מצא כמה איברים יש לחבר, החל מהאיבר הראשון, כדי לקבל את הסכום 90.
- (3) בסדרה חשבונית האיבר הראשון הוא 3 והפרש הסדרה הוא 9. סכום כל האיברים בסדרה הוא 435. כמה איברים בסדרה?
- (4) נתונה סדרה חשבונית: $\dots, 9, 7, 5$. סכום כל האיברים בסדרה הוא 60. חשב את מספר איברי הסדרה.
- (5) בסדרה חשבונית האיבר השלישי הוא 50 והאיבר השמיני הוא 30. כמה איברים בסדרה אם סכומם 418 (מצא את כל האפשרויות).
- (6) עדן צועדת ביום הראשון 2.5 ק"מ ובכל יום צעידה, צועדת 1.5 ק"מ יותר מאשר ביום הקודם. במשך כמה ימים צעדה עדן מרחק כולל של 92.5 ק"מ בסך הכול?
- (7) שיר קוראת ספר. ביום הראשון קראה 6 עמודים ובכל יום קראה 4 עמודים יותר מאשר ביום הקודם. בספר 336 עמודים בסך הכל. במשך כמה ימים קראה שיר את הספר?
- (8) מגדל מורכב מקוביות המונחות זו על זו. אורך הצלע של הקובייה התחתונה הוא 20 ס"מ. הצלע של כל קובייה אחרת קצרה ב-2 ס"מ מזו שמתחתיה. גובה המגדל 90 ס"מ. כמה קוביות במגדל?



תשובות סופיות:

- 1) א. $n = 5$ או $n = 6$. ב. אימות ע"י נוסחת הסכום.
- 2) 3 איברים או 12 איברים ראשוניים.
- 3) 10 איברים.
- 4) 6 איברים.
- 5) 11 איברים או 19 איברים יתנו את המבוקש.
- 6) 10 ימים.
- 7) 12 ימים.
- 8) 6 קוביות.